

FEBRUARY 1980

INT 98/80

Feedback Control of Plasma Position
during the Initial Phase of TCA

R. Keller, J.B. Lister

Centre de Recherches en Physique des Plasmas
Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne

Abstract

Le contrôle de position du plasma par réglage feedback du champ vertical est étudié à l'aide d'un circuit équivalent dont les composants sont calculés à partir des données du Tokamak TCA. Le champ vertical est directement commandé par le courant plasma et par une sonde de détection magnétique de la position du plasma, sans introduire de drift. Le contrôle feedback est réalisé avec le même amplificateur de puissance pendant la phase initiale aussi bien que pendant le plateau du courant plasma.

1. Introduction

Le centrage horizontal du plasma dans un Tokamak est déterminé par l'équilibre des forces l'expansion avec la force de confinement produite par l'action de la composante verticale du champ sur le courant plasma, et le centrage vertical est fixé par la symétrie de la composante horizontale du champ. Le positionnement a lieu de façon automatique au moyen d'un "servo control" du courant circulant dans un système de bobines poloïdales, dicté par les signaux des sondes qui détectent l'écart de la position d'équilibre. Une longue liste de références pourrait être citée, concernant la théorie du "feedback control", et donnant la description des divers composants tels que : la détection, la topologie des bobines poloïdales, les générateurs puissants pour le réglage rapide des courants. Voici quelques travaux qui nous concernent plus directement, et dans lesquels on peut trouver d'autres références {B, C, D, E, F, G, H}.

Le TCA est un Tokamak sans noyau de fer, et avec section circulaire. Notre but est de rassembler les paramètres du TCA en un modèle analytique composé d'inductances et de résistances individualisées et possédant une signification pratique pour l'ingénieur. Parmi les diverses variantes le TCA a ceci de nouveau que le champ vertical est contrôlé automatiquement dans tout son domaine entre zéro et la valeur maximale. La rapidité de réglage permet de suivre la montée du courant plasma pendant sa phase initiale. Elle permet aussi de contrôler le champ pendant la descente du courant dans les cas où l'extinction n'est pas trop rapide.

L'alimentation est formée de deux modules, dont la somme des courants engendre le champ vertical, et dont la différence engendre la composante horizontale du champ. Les bobines poloïdales sont connectées de telle sorte que le mode vertical est découplé du mode horizontal. De même, le couplage avec le système du chauffage ohmique est minimisé. Par une combinaison judicieuse des bobines poloïdales il est possible de former un mode quadrupolaire découplé. Le champ quadrupolaire sert à fixer les conditions initiales du plasma. On tient compte de son effet

dans le modèle analytique. Une autre particularité réside dans le fait que la détection a lieu avec un seul type de sonde mesurant le champ à l'extérieur de la coque et non pas le flux. La boucle de feedback est corrigée de manière à ce qu'une variation du β poloidal et de l'inductivité interne ℓ_i ne causent pas de drift. Dans ce travail on montre une solution analytique du mouvement vertical lors de la montée du courant plasma. Les domaines de stabilité en présence de "velocity feedback" sont discutés.

2. Le système poloidal

Le champ magnétique transversal est engendré au moyen de 8 bobines poloidales dont la géométrie et les interconnexions sont indiquées dans la figure 1. Chaque bobine possède 10 spires. Elles sont alimentées par deux amplificateurs travaillant dans le mode d'amplification de tension. Ils sont basés selon le principe d'une résistance variable commutée par transistors. Chaque amplificateur est formé d'une centaine de groupes de transistors permettant de connecter successivement en parallèle un nombre prédéterminé de résistances. Le nombre de transistors enclenchés est dicté par un convertisseur analogique-digital. Une boucle feedback interne fait en sorte que les tensions de sortie U_{v1} et U_{v2} restent proportionnelles aux tensions de commande U_{c1} et U_{c2} du convertisseur. Ainsi les amplificateurs possèdent une impédance de sortie pratiquement nulle. Grâce à cette caractéristique les couplages entre les champs vertical, horizontal et quadrupolaire sont éliminés. Cet appareil a été développé et construit en collaboration avec l'Institut Suisse de Recherches Nucléaires.

Le courant J_v produisant le champ vertical est déterminé par la somme $U_{c1} + U_{c2}$. Le courant J_h produisant le champ horizontal est déterminé par la différence $U_{c1} - U_{c2}$, mais dans le présent travail nous ne considérons pas ce courant et nous admettons que $U_{c1} = U_{c2} = U_c$. Le nombre de spires N associées au courant vertical J_v est égal à 20.

D'autre part le courant appelé J_q engendre un champ quadrupolaire. Selon la figure 1 le courant $2J_q$ se déverse dans les quatre circuits formés par les paires de bobines (12) (34) (56) et (78). Les quatre courants partiels sont sensiblement égaux en raison de l'inductivité similaire des circuits, et grâce au fait que l'impédance des amplificateurs est pratiquement nulle. La position de l'axe du champ quadrupolaire dépend de la valeur relative de ces courants partiels. Dans ce qui suit nous admettrons que l'axe du quadrupôle coïncide avec le centre du plasma.

Le couplage avec le circuit de chauffage ohmique peut être ignoré, parce que le champ vertical de l'inducteur est minimisé dans la région du plasma par l'emploi de bobines correctrices.

3. Formulation du circuit équivalent

A partir des équations régissant le mouvement du plasma il est possible de construire un circuit électrique équivalent, dont les éléments sont très explicites pour l'utilisateur.

Dans la position d'équilibre le centre du plasma coïncide avec l'axe de la coque. Appelons ξ le déplacement horizontal de la surface du plasma. Pour une coque de section circulaire et dans le cas d'un grand rapport d'aspect, le déplacement induit une répartition de courant proportionnelle à $\cos\theta$ où θ est la coordonnée poloïdale habituelle. Une telle répartition de courant peut être créée de la façon suivante : nous découpons la coque horizontalement en N tranches d'égale hauteur. Les boucles ainsi formées sont connectées en série en prenant soin de connecter le groupe de boucles extérieur dans le sens contraire au groupe intérieur. De plus nous localisons toute la résistance R_c de la coque en un seul endroit, la coque elle-même ayant une résistance nulle. Le champ obtenu par cette distribution de courant est vertical et homogène (en géométrie cylindrique strictement parlant). La résistance de la coque est égale à

$$R_c = \frac{\pi^2 \eta R N'^2}{2 b d} \quad (1)$$

N' est le nombre de spires, η est la résistivité du métal et d désigne l'épaisseur moyenne de la coque. b est le petit rayon moyen de la coque, R désigne le grand rayon du tore. Le rayon d'équilibre du plasma est légèrement différent du rayon de la coque, mais nous le désignons par la même lettre R . Nous ignorons l'effet du gap.

La construction du modèle se poursuit à l'aide de la figure 2. Dans un premier temps nous plaçons l'enroulement du champ vertical directement contre la coque, en prenant soin de placer les spires de l'enroulement face à face avec les spires de la coque. Soit J_v le courant de l'enroulement et J_c le courant de la coque. Le champ vertical aura la valeur suivante

$$B_v = \frac{\mu_0 N' J_b}{4b} \quad (2)$$

où

$$J_b = J_v + J_c \quad (3)$$

est le courant magnétisant.

Dans cette expression la part du champ provenant de J_v est supposée pénétrer instantanément dans la chambre à vide. En fait le temps de pénétration (skin time) est de l'ordre de 10µsec, donc négligeable. L'hypothèse de travail de découper la coque est donc justifiée. La tension induite aux bornes de l'enroulement U est nécessairement identique à la tension induite dans la coque, parce que l'espacement des deux enroulements est supposé nul. Cette tension s'oppose à la chute résistive

$$U = - R_c J_c \quad (4)$$

Le système décrit ci-dessus est gouverné par deux équations pour les deux variables indépendantes ξ et J_b , ce sont les équations du mouvement et de la conservation du flux vertical. L'équation du mouvement peut être décomposée comme suit

$$M \frac{d^2 \xi}{dt^2} + (K_v + K_q) \xi = F_v + F_1 \quad (5)$$

M désigne la masse totale du plasma. Procédons à la description des autres termes. F_v est la force de Lorentz provoquée par la part homogène du champ vertical. Elle est proportionnelle au produit du courant plasma et du champ vertical

$$F_v = - \chi J_b = - 2 \pi R B_v J_p \quad (6)$$

Elle est définie positivement vers l'extérieur pour des raisons techniques, c'est-à-dire un courant positif provoque une force dont le signe est négatif. χ est donc positif. En pensant à (2) nous trouvons le coefficient force/courant

$$\chi = \frac{\pi \mu_0 R N' J_p}{2 b} \quad (7)$$

F_1 est une force indépendante de ξ , dirigée vers l'extérieur, dont l'origine est la toricité du plasma. Définissons-la par analogie avec (6) comme suit

$$F_1 = \chi J_1 \quad (8)$$

J_1 est le courant plasma normalisé, dont nous ferons usage lors de l'établissement du schéma équivalent. A l'équilibre nous devons avoir $J_1 = J_b$ et d'après (6) $\chi J_1 = 2 \pi R B_{ve} J_p$ où B_{ve} désigne le champ vertical d'équilibre. Ce dernier est donné par {I}

$$B_{ve} = \frac{\mu_0 \Gamma J_p}{4\pi R} \quad (9)$$

Le courant plasma normalisé devient

$$J_1 = \frac{b \Gamma J_p}{\pi R N'} \quad (10)$$

Il est entendu que R désigne toujours le rayon du plasma à l'équilibre $\xi = 0$. Le facteur de Shafranov est

$$\Gamma = \ln \frac{8R}{a} + \lambda - 1 \quad \text{avec} \quad \lambda = \beta + \frac{\ell_i - 1}{2} \quad (11)$$

β est le bêta poloïdal et $\mu_0 \ell_i / 4\pi$ est l'inductivité interne du plasma par unité de longueur. Le courant plasma est donné par

$$J_p = \frac{2\pi a^2 B_\varphi}{\mu_0 q R} \quad (12)$$

Sa valeur est de 130 kA pour un facteur de sécurité q égal à 3 et pour un champ toroïdal B_φ fixé à 1,5 Tesla.

Les forces dépendant de ξ sont rassemblées dans le terme $(K_v + K_q)\xi$ de l'équation (5). Les coefficients d'élasticité K_v et K_q s'obtiennent à partir de la dérivée de la force totale selon le rayon du plasma $R_p = R + \xi$. La dérivée est liée à diverses conditions dépendant des propriétés du plasma et de l'échelle de temps. Pour des variations rapides il est légitime d'admettre que le champ toroïdal ainsi que le champ poloïdal sont piégés (flux conservation). Le coefficient d'élasticité dû à la courbure du champ vertical dépendant de J_v est

$$K_v = \left(\frac{3}{2} - n\right) \frac{\mu_0 \Gamma J_p^2}{2R} \quad (13)$$

n désigne l'indice du champ défini par $n = -d \ln B_v / d \ln R_p$. Dans le cas de variations lentes il n'y a plus conservation de flux poloïdal dans le plasma et le terme 3/2 doit être remplacé par un nombre situé entre 1 et 1,5 {B,K}.

Le coefficient d'élasticité dû au champ quadrupolaire additionnel B_q est simplement

$$K_q = 2 \pi R B_q' J_p \quad (14)$$

Ce champ doit être stabilisant dans le sens horizontal, donc le gradient B_q' est positif.

Après introduction des expressions ci-dessus dans l'équation (5) et après division du tout par x nous obtenons la première équation fondamentale du système

$$\frac{x \ddot{x}}{L_p} + C_p x \frac{d^2 x}{dt^2} + J_b = J_1 \quad (15)$$

L_p et C_p désignent l'inductivité dynamique et la capacité dynamique du plasma. La première grandeur s'écrit ainsi

$$\frac{1}{L_p} = \frac{K_v}{x^2} + \frac{K_q}{x^2} = \frac{1}{L_{p0}} + \frac{1}{L_q} \quad (16)$$

avec

$$L_{p0} = \frac{\pi^2 \mu_0 R^3 N'^2}{(3-2n) \Gamma b^2} \quad \text{et} \quad L_q = \frac{\pi \mu_0^2 R N'^2 J_p}{8 b^2 B_q'} \quad (17)$$

L_p est la part de l'inductivité due au champ quadrupolaire additionnel. L'inductivité dynamique est le siège de l'énergie potentielle du plasma. La capacité dynamique est le siège de l'énergie cinétique:

$$C_p = \frac{M}{x^2} \quad (18)$$

D'après (15) nous remarquons que le plasma situé dans un champ vertical stationnaire a la faculté d'osciller à la fréquence $\omega = (L_p C_p)^{-\frac{1}{2}}$, de l'ordre du mégahertz. Mais ce mode rapide n'est pas excitable de

l'extérieur car la coque constitue un filtre pour les variations de champ survenant à cette échelle de temps. La constante de temps de la coque est de l'ordre de la milliseconde. Le terme d'inertie de l'équ. (15) est donc négligeable, ce qui permet de poser $C_p = 0$.

Considérons maintenant l'équation de conservation du flux vertical. D'après Mukhovatov et Shafranov [L] le flux embrassé par l'enroulement plaqué à la coque est

$$\phi_0 = -x\xi + x\delta_b \quad (19)$$

Cette formule est établie dans l'approximation d'un grand rapport d'aspect, lorsque le champ vertical est considéré comme homogène. La grandeur δ_b prend la signification d'un offset

$$\delta_b = \frac{b^2}{2R} \left[\ln \frac{b}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) \lambda \right] \quad (20)$$

En effet δ_b est le déplacement que subit la surface de flux entourant le plasma lorsque ce dernier est situé dans une coque idéale, imperméable au flux ($\phi_0 = 0$). Il est judicieux de substituer la variable J_1 dans le dernier terme de l'équ. (19) en posant

$$x\delta_b \equiv J_1 L_b \quad (21)$$

Nous faisons apparaître ainsi un coefficient L_b possédant la dimension d'une inductivité

$$L_b = \frac{L_a}{r} \left[\ln \frac{b}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{b^2}\right) \lambda \right] \quad (22)$$

En outre

$$L_a = \frac{\pi^2}{4} \mu_0 R N'^2 \quad (23)$$

est égal à l'inductivité de la coque sans plasma.

En présence d'une composante quadrupolaire l'offset s'établissant dans la coque idéale est différent de l'expression (20). Pour estimer la correction considérons la phase initiale. Juste après l'amorçage le plasma trouve son équilibre près de l'axe du quadrupôle, puis l'offset augmente d'abord linéairement avec J_p . Soit B'_q le gradient du champ quadrupolaire préétabli (voir figure 3a). Le champ au centre du plasma (nous admettons qu'il diffuse rapidement à l'intérieur) est égal à $B'_q \xi$. A l'équilibre ce champ doit être identifié avec (9). Cela fait, avec (10) et (17)

$$x \xi \cong L_q J_1 \quad (24)$$

Dans un champ purement homogène on a $x \xi = L_b J_1$ avec $\xi = \delta_b$. Le déplacement est la conséquence d'une force opposée à nos trois forces de rappel, celle du quadrupôle additionnel dont le coefficient d'élasticité est x^2/L_q (voir (16)), celle de la courbure du champ vertical dont le coefficient est x^2/L_{p0} , et celle de l'effet coque dont le coefficient d'élasticité est x^2/L_b . Les 3 coefficients étant additifs la déviation résultante devient

$$x \xi = J_1 \left(\frac{1}{L_b} + \frac{1}{L_p} \right)^{-1} \quad (25)$$

Nous sommes maintenant en mesure de compléter l'équ. (19). Le terme additif est $L_b(J_b - J_1)$ ce qui conduit à la nouvelle équation

$$\int_0^t U dt = \phi = -x \xi + L_b J_b \quad (26)$$

ϕ est l'intégrale de la tension apparaissant à un enroulement plaqué étroitement contre la coque. Dans le cas d'un mouvement lent par rapport à l'échelle de temps des oscillations MHD l'équation fondamentale (15) s'écrit

$$x \xi = L_p (J_1 - J_b) \quad (27)$$

On voit que la solution $x\xi$ de (26) et (27) conduit exactement à l'expression (25) lorsque le flux est piégé, $\phi = 0$. Donc le terme additif est justifié.

Pour fixer les idées admettons que le courant plasma est proportionnel à la fonction type suivante

$$\gamma = 1 - e^{-\nu t} \quad (28)$$

Dans ce cas nous avons les relations $J_p = \gamma J_{p0}$; $J_l = \gamma J_{l0}$; $L_q = \gamma L_{q0}$; $x = \gamma x_0$ qu'il suffit d'introduire dans (25) pour trouver la trajectoire

$$\xi = \frac{\gamma J_{l0} L_b}{x_0 \left(1 + \frac{L_b}{L_{p0}}\right) (\gamma + \varepsilon)} = 0,046 \frac{1 - e^{-\nu t}}{1,013 - e^{-\nu t}} \quad (29)$$

avec

$$\varepsilon = \frac{L_b}{L_{q0}} \left(1 + \frac{L_b}{L_{p0}}\right)^{-1} \quad (30)$$

Le plasma atteint la moitié de l'offset maximum, soit 23 mm, en un temps égal à $\varepsilon/\nu = 0,05$ msec si l'on admet un taux de croissance type de $\nu = 250 \text{ sec}^{-1}$. Les valeurs numériques sont reportées dans l'annexe II.

L'inductivité L_b varie dans le temps puisqu'elle dépend du rayon du plasma et que celui-ci commence par être filamentaire et finit par remplir l'espace fixé par les limiteurs. Par la suite nous admettrons L_b constant. La figure 3b montre une situation intermédiaire. Le quadrupôle central a disparu. Le plasma occupe une séparatrice dont les deux points X s'écartent verticalement. Plus tard ils toucheront probablement les limiteurs supérieur et inférieur si le champ vertical ne pénètre pas assez rapidement dans la coque.

Jusqu'à présent nous avons admis que les bobines du champ vertical étaient enroulées directement sur la coque. L'impédance aux bornes de cet enroulement de N' spires est déterminé par la tension $U = d\phi/dt$ et le courant J_v .

En faisant appel aux équations (3) et (4), puis en éliminant $x\xi$ des équations (26) et (27) il est aisé de construire la première partie du circuit électrique équivalent illustré dans la figure 4.

Pour construire la partie restante du circuit, nous procédons de la façon suivante : nous déplaçons l'enroulement jusqu'à sa position correcte, c'est-à-dire jusqu'au rayon moyen c . En l'éloignant il faut modifier le nombre de spires de façon que le champ vertical reste le même à courant J_v égal. On s'arrange à ce que le nouveau nombre de spires soit égal au nombre réel N . Cette condition détermine N' . Le champ vertical est proportionnel au nombre de spires divisé par le rayon, donc la relation entre N' et N s'écrit

$$cN' = bN \quad (31)$$

Comme N vaut 20 le nombre N' est environ égal à 15. Les relations que nous venons de formuler sont correctes en géométrie cylindrique. Dans le cas d'un tore et pour des enroulements localisés le calcul numérique montre que l'erreur de champ est de l'ordre de 10% (dans le bon sens, le champ réel est supérieur à la valeur donnée par la formule (2)). Aussi l'imprécision de l'expression (31) n'a-t-elle pas de conséquence pratique dans notre cas.

Il s'agit maintenant de décrire le supplément d'inductivité résidant dans l'espace situé entre la coque et l'enroulement. Nous créons d'abord la situation où le courant J_c de la coque a décliné vers zéro. Cela revient à supprimer la coque, mais en même temps nous formons une nouvelle coque à l'endroit de l'enroulement en court-circuitant ce dernier. Ainsi nous sommes ramenés au cas précédent, formule (19). Dans l'expression de l'offset nous substituons b par c

$$\mathcal{J}_c = \frac{c^2}{2R} \left[\ln \frac{c}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \lambda \right] \quad (32)$$

En écrivant de la même manière $\alpha \delta_c = J_1 L_c$ il vient

$$L_c = \frac{c^2 L_a}{b^2 \Gamma} \left[\ln \frac{c}{a} + \left(1 - \frac{a^2}{c^2}\right) \lambda \right] \quad (33)$$

Le même raisonnement nous conduit à une équation analogue à (26) où le flux embrassé par l'enroulement est

$$-x\xi + L_c J_b$$

Pour un courant coque J_c non nul l'étape suivante consiste à modifier le courant J_v de l'enroulement de telle sorte que rien ne change au niveau du plasma. Il est donc nécessaire de diminuer J_v d'une valeur égale à J_c . Cette diminution engendre une modification de flux $-L_e J_c$ où L_e désigne l'inductivité de l'espace situé entre le bobinage et la coque

$$L_e = L_a \left(\frac{c^2}{b^2} - 1 \right) \quad (34)$$

Finalement il existe encore un supplément de flux provenant du champ à proximité des fils, en raison de la localisation des enroulements. Désignons par L_f l'inductivité de proximité (y compris celle des connecteurs). Le flux embrassé par l'enroulement vertical se totalise ainsi

$$\phi_v = -x\xi + L_c J_b - L_e J_c + L_f J_v \quad (35)$$

La tension d'entrée du circuit vertical U_v est égale à $d\phi_v/dt$, additionnée de la chute résistive $R_v J_v$. Nous négligerons la résistance R_v de l'enroulement lors du calcul de la réponse du circuit, en sous-entendant que la compensation de la chute résistive est effectuée au préalable dans le circuit feedback.

L'équation (35) permet de compléter le circuit équivalent représenté dans la figure 4. Avec les équations (3), (4), (26) et (27) l'impédance régnant aux bornes de l'enroulement vertical est entièrement définie. L'impédance Z n'est pas une expression simple, elle est approximativement égale à sL_c .

4. Contrôle automatique du mouvement horizontal

L'enroulement vertical est alimenté par un amplificateur de tension, son impédance de sortie est pratiquement nulle. Pour simplifier l'écriture nous choisissons un gain égal à l'unité. - The amplifier is linear with zero delay - . Du fait que la charge est essentiellement inductive le système amplificateur de tension - inductivité constitue un intégrateur. Par conséquent la tension de commande U_1 doit être proportionnelle à la dérivée du courant plasma. Ce dernier est détecté par une sonde de Rogowski enroulée autour de la petite section du tore. La sonde mesure la dérivée de J_p , donc son signal est directement utilisable comme tension de commande, après avoir été multiplié par un coefficient adéquat. Ce coefficient ne peut pas être déterminé d'avance parce que la relation entre le champ vertical d'équilibre et le courant plasma, formule (9), dépend du facteur de Shafranov Γ qui varie de façon imprévisible. C'est pourquoi il est nécessaire de corriger la tension de commande au moyen d'une tension feedback U_{FB} . Le cas idéal est réalisé lorsque la tension U_{FB} est proportionnelle au déplacement $x\xi$. Tant que U_{FB} n'est pas nul, l'amplificateur intègre l'erreur et modifie J_v jusqu'à ce que U_{FB} s'annule. Notre but est de former un signal de détection dont le zéro se situe au même endroit que le zéro de ξ , c'est-à-dire un signal dont l'offset est nul et indépendant de Γ .

Nous avons construit une sonde magnétique spéciale pour la mesure de position. Elle détecte le champ extérieur à la coque (non pas le flux). Cette sonde, combinée avec d'autres bobines de correction, produit un signal dont l'intégrale est proportionnelle au courant plasma fois le déplacement ($x\xi$). Par position du plasma nous entendons le centre géométrique de la surface magnétique limitant le plasma. La sonde est bobinée sur des barres de téflon de quelques cm^2 de section. Les barres forment un cadre appliqué sur la coque orienté dans le sens d'un méridien. L'ensemble est protégé par un blindage.

La densité de spires obéit à une fonction ressemblant à $\cos\theta$ mais calculée de façon à linéariser la réponse vis-à-vis d'un déplacement horizontal d'un courant filamenteux toroïdal $\{M\}$. Elle produit en outre un signal zéro pour un courant filamenteux situé sur le rayon $R = 60,5$ cm. Donc en pratique cette sonde mesurera précisément le centre de gravité de la distribution de courant. Deux problèmes surviennent lors de la mesure de position d'un plasma près de l'équilibre.

Premièrement il existe des champs additionnels, dont le plus important est le champ vertical. Si le courant coque est négligeable, par exemple lors d'un état quasi-stationnaire, les champs additionnels sont proportionnels à leurs courants source, et leurs effets peuvent être annulés par l'emploi de bobines Rogowski et d'unités de soustractions analogiques. Comme la sonde de détection est plus près des bobines du champ vertical que du plasma, un calcul précis des coefficients de correction n'est pas réalisable. De toute façon le terme principal à soustraire est proportionnel à J_v . Notons que ces corrections sont valables dans l'état stationnaire $J_c = 0$, mais qu'il subsiste des signaux transitoires dûs aux courants image induits. Ainsi le mouvement du centre de gravité du courant peut s'exprimer de la façon suivante

$$J_p \xi_j = \alpha_0 \phi_{cos} - \sum_i \alpha_i J_i - \sum_i \beta_i e^{-\frac{t}{\tau_i}} \int_0^t e^{\frac{t'}{\tau_i}} J_i(t') dt' \quad (36)$$

La tension intégrée de la sonde est désignée par $\phi_{cos} = \int U_{cos} dt$. Les J_i désignent les courants des bobines responsables des champs vertical, horizontal, quadrupolaire, etc. Le dernier terme représente le courant image de la coque gouverné par les constantes de temps τ_i appartenant aux différentes zones de la coque.

Le second problème réside dans le fait que la sonde mesure le centre de gravité du courant. En géométrie toroïdale cette grandeur ne coïncide pas avec le centre géométrique du plasma. La distance entre l'axe magnétique et l'axe géométrique peut être évaluée d'après réf. $\{L\}$.

Nous trouvons

$$\begin{aligned} J_p \xi_m &= \frac{J_p a^2}{2R} \lambda = \frac{J_p a^2}{2R} \left[\Gamma - \left(\ln \frac{8R}{a} - 1 \right) \right] \\ &= \frac{\pi a^2 N'}{2b} J_{ve} - \left(\ln \frac{8R}{a} - 1 \right) \frac{a^2 J_p}{2R} \end{aligned} \quad (37)$$

Nous pouvons donc exprimer le shift magnétique en terme du courant vertical à l'équilibre J_{ve} et du courant plasma. Mais la connaissance de J_{ve} implique une mesure de Γ . Si l'on renonce à cette mesure, il faut admettre une valeur arbitraire de ξ et l'introduire dans l'équation (37). La conséquence en sera une incertitude de la mesure de ξ , et une variation inconnue de l'offset si Γ varie. Notre système feedback nous permet le choix entre cette solution simplifiée ou un arrangement amélioré qui contient la mesure de Γ et qui élimine l'offset. Nous allons maintenant décrire cette possibilité, tout en précisant que l'ajustage final des coefficients est une question d'optimisation expérimentale des performances du plasma.

Admettons une coque toroïdale de section circulaire et une sonde bobinée le long d'un méridien dont le rayon b coïncide avec le rayon moyen de la coque. En pratique le rayon devrait être un peu plus grand, mais cette petite différence importe peu, d'autant plus que le rayon moyen d'une coque non homogène est mal défini. Soit une densité de spires donnée par le début d'un développement de Fourier

$$C(\theta) = c_0 + c_1 \cos \theta + c_2 \cos 2\theta \quad (38)$$

D'après réf. [L] formule (18) le champ d'un conducteur mince centré est

$$B = \frac{\mu_0 J_p}{2\pi b} \left[1 - \left(\frac{b}{2R} \ln \frac{8R}{b} \right) \cos \theta \right] \quad (39)$$

La tension intégrée de la sonde est donnée par

$$\int_0^{2\pi} B C(\theta) d\theta \equiv 0 \quad (40)$$

Nous demandons que la sonde produise un signal zéro pour un conducteur centré. Cette condition détermine une relation entre les coefficients c_0 , c_1 et c_2 .

Remplaçons maintenant le conducteur rigide par un plasma en équilibre dont le centre géométrique est situé sur le grand rayon $R + \xi$. D'après réf. [L] formule (13) le champ poloïdal est

$$B_\theta = \frac{\mu_0 J_P}{2\pi r} + \frac{\mu_0 J_P}{4\pi R} \left[\ln \frac{r}{a} + \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right)\lambda - 1 \right] \cos \theta \quad (41)$$

Ici le courant coque est supposé nul. Pour de petits déplacements la distance qui sépare la sonde du centre géométrique est $\rho = b - \xi \cos \theta$. Au 1^{er} ordre en ξ/b le signal de cette même sonde $\phi_k = \int_0^{2\pi} B_\theta C d\theta$ devient

$$\phi_k = -\xi \mathcal{E} - L_k J_1 \quad \text{avec} \quad L_k = L_a^* + L_a \frac{a^2 \lambda}{b^2 r} \quad (42)$$

Pour une section circulaire et un enroulement vertical homogène on a exactement $L_a^* = L_a$, donné par l'expression (23). Mais en réalité le coefficient L_a^* prend une valeur différente parce que la sonde est sous l'effet du champ de proximité.

La 2^e condition qui fixe les coefficients de Fourier est obtenue par l'annulation d'un terme en λ apparaissant dans l'intégrale de ϕ_k . Enfin la 3^e condition est déterminée par l'étalonnage arrangé de façon à égaler le coefficient de ξ dans les deux expressions (26) et (42). Cela fait

$$\frac{c_0}{c_1} = \frac{b}{4R} \ln \frac{8R}{b} ; \quad c_1 = -\pi R b N' \quad \text{et} \quad c_2 = -2c_0 \quad (43)$$

Nous avons mentionné les relations ci-dessus par curiosité. La vraie fonction $C(\theta)$ a été calculée numériquement pour le cas de notre sonde rectangulaire [M].

Nous retrouvons dans le terme contenant λ de l'expression (42) le shift magnétique. Il est identique à la grandeur (37). L'expression (42) est valable lorsque le courant coque est nul, ou ce qui revient au même, lorsque la sonde est placée à l'intérieur de la coque, tout près de la paroi. Comme la sonde est adjacente à la coque du côté extérieur, elle mesure un supplément de champ égal à la différence entre l'extérieur et l'intérieur. Cette différence est égale à deux fois $\mu_0 N' J_c / 4b$ (voir formule (2)). La tension intégrée de notre sonde doit donc être augmentée de deux fois $L_a J_c$ dans le cas d'une transitoire, lorsque le courant coque est présent. Cela fait

$$\phi_{cos} = -x\xi - L_k J_1 + 2L_a J_c \quad (44)$$

Comme déjà mentionné, le signal feedback tend automatiquement vers zéro lorsque le système atteint l'état stationnaire. Or ϕ_{cos} n'est pas nul lorsque $\xi = J_c = 0$. Il est donc nécessaire de compléter la sonde quasi-cosinus en ajoutant avec une unité électronique des termes directement mesurables, par exemple J_v et J_p . A l'équilibre J_v tend vers J_1 qui contient Γ , tandis que J_p ne contient pas Γ . Une variation de Γ entraîne un shift qui sera différent selon la prépondérance de l'un ou de l'autre des termes. Il existe donc une combinaison linéaire exempte de shift et qui tend en même temps vers zéro dans l'état stationnaire. Ce sera notre signal feedback :

$$\phi_{FB} = \phi_{cos} + M_v J_v - M_p J_p \quad (45)$$

M_v et M_p possèdent la dimension d'une inductivité. Ces coefficients sont déterminés par les deux conditions suivantes : Dans l'état quasistationnaire proche de l'équilibre $\xi = 0$ la valeur de ϕ_{FB} ainsi que sa dérivée par rapport à Γ doivent rester nuls. L'état est quasistationnaire lorsque J_p et Γ varient lentement, donc lorsque $J_c \approx 0$ et $J_v \approx J_1$.

Les conditions à satisfaire sont

$$-L_k J_I + M_v J_I - M_p J_p = 0$$

$$\frac{d}{dR}(-L_k J_I + M_v J_I - M_p J_p) = 0$$

ce qui conduit à

$$M_v = L_a^* + \frac{a^2 L_a}{b^2} \quad (46)$$

$$M_p = \frac{b \Gamma_0}{\pi R N} \cdot \frac{a^2 L_a}{b^2} \quad \text{avec} \quad \Gamma_0 = \ln \frac{8R}{a} - 1 \quad (47)$$

Le choix correct de M_v rend l'offset indépendant de $\beta + \ell_i/2$ et le potentiomètre qui règle M_p permet de centrer le plasma entre les limiteurs. Les coefficients M_v et M_p entrent dans l'étalonnage des sondes de Rogowski qui mesurent J_v et J_p .

Mais il faut de nouveau remarquer ici que les formules (46) et (47) ont été obtenues dans le cas d'une section circulaire et pour un enroulement vertical homogène. Leurs valeurs optimales devront être trouvées par un ajustage expérimental.

Pour faciliter l'étalonnage nous procédons à divers ajustages, d'abord en l'absence de plasma. Le plus important est la neutralisation de la sonde quasi-cosinus, que l'on réalise par l'addition analogique d'un signal proportionnel au courant vertical J_v . Appelons cette combinaison linéaire la "sonde neutre". Sa propriété sera la suivante : En l'absence de plasma son signal intégré tend vers zéro lorsque le champ vertical atteint la valeur stationnaire. Pour ce faire nous programmons le courant du champ vertical au moyen d'une tension de commande auxiliaire U_1^* . Dans cet état seul le champ vertical est présent, dont la composante polôïdale est $B_v \cos \theta$. En multipliant ceci par la densité de spires (38) et en intégrant, la sensibilité de la sonde quasi-cosinus vis-à-vis du champ

vertical s'avère être égale à $-L_a J_v$. Mais pour les mêmes raisons citées plus haut un coefficient L_a^* modifié doit être utilisé. En soustrayant le terme $-L_a^* J_v$ de la sonde quasi-cosinus nous obtenons la grandeur mesurée par la sonde neutre

$$\phi_N = \phi_{cos} + L_a^* J_v \quad (48)$$

Par la même occasion nous neutralisons la sonde vis-à-vis des autres champs perturbateurs, tels les champs horizontal, quadrupolaire, etc. En pratique nous cherchons le zéro de ϕ_N en ajustant les diverses voies d'amplification de l'unité électronique. L'expression (48), corrigée dans ce sens, contient les coefficients qui figurent dans l'expression (36) mentionnée précédemment.

Finalement, pour restituer le signal feedback (45), il faut additionner électroniquement au signal neutre les termes figurant dans l'équation ci-dessous

$$\phi_{FB} = \phi_N + \frac{a^2 L_a}{b^2} J_v - M_p J_p \quad (49)$$

Les étapes successives de la formation du signal feedback sont illustrées dans la figure 6.

5. Solution des équations et stabilité

Le préamplificateur connecté entre les sondes et l'entrée de l'amplificateur de puissance ferme la boucle feedback. Sa caractéristique est la somme d'une voie intégrée et d'une voie directe. La fonction de transfert du préamplificateur est

$$\frac{g_f}{s} = \frac{g}{s} + h \quad (50)$$

g désigne le gain du feedback de position et h est le gain du "velocity feedback". La variable de Laplace est $s = d/dt$. Désignons par le même symbole la fonction et sa transformée de Laplace. Par exemple si $J(t)$ est la fonction, $J(s)$ sera sa transformée. La transformée de la tension de la sonde complétée est $U_{FB} = s\phi_{FB}$ et la transformée de la tension de sortie de l'amplificateur de puissance est $U_v = s\phi_v$. L'équation de la boucle fermée est alors

$$(g + sh) \phi_{FB} + U_i = s\phi_v \quad (51)$$

Après substitution de (35) et (45) dans cette dernière équation nous possédons avec (3), (4), (15) et (51) quatre équations pour les quatre inconnues ξ , J_b , J_c et J_v . Les solutions seront fonction des valeurs prescrites J_1 et U_1 .

Le traitement est facilité par le fait que la capacité variable C_p peut être ignorée. Dans le cas simple, où Γ est supposé constant et en l'absence de quadripôle ($L_q \rightarrow \infty$), nous avons affaire à un système d'équations linéaires à coefficients constants, que l'on peut résoudre par la méthode habituelle des transformations de Laplace. Dans ce cas nous constatons que le déplacement apparaît toujours dans la combinaison $x\xi$. C'est donc le produit du déplacement et du courant plasma qui intervient dans la réponse du circuit feedback. Aussi est-ce le même produit qui est détecté par les sondes magnétiques. Par conséquent il ne faut pas diviser le signal sonde par J_p mais au contraire le traiter tel quel dans le système d'asservissement. Avec la méthode de Laplace nous formulons par exemple le résultat $x\xi$ de la façon suivante :

$$(x\xi)(s) = \frac{D(x\xi)}{D} \quad (52)$$

$D(x\xi)$ est un polynôme en s et D est le déterminant du système. Le calcul conduit à un déterminant de 2^e ordre.

$$D = s^2(L_p + L_b) [L_e + L_f + h(2L_a - M_v)] + \\ + s [R_c(L_p + L_c + L_f) + g(2L_a - M_v)(L_p + L_b) - hR_c(L_p + M_v)] - gR_c(L_p + M_v) \quad (53)$$

Le déterminant est stable lorsque les 3 coefficients sont positifs (ou du même signe). Nous ne cherchons pas des critères généraux mais nous introduisons tout de suite les valeurs numériques citées dans l'annexe II. Le gain g doit être négatif, donc le feedback doit être négatif, ce qui est évident. Lorsque sa valeur absolue augmente, la réaction du système devient plus rapide, mais à partir d'une certaine valeur la réponse devient oscillante. Le meilleur choix est la valeur critique g_c vers laquelle

les deux pôles se rejoignent pour former un pôle double s_1 . Le déterminant est alors

$$D = (L_p + L_b) [L_e + L_f + h(2L_a - M_v)] (s - s_1)^2 \quad (54)$$

Un gain h positif ralentit la réponse et vice-versa. Seul un gain négatif du "velocity feedback" est donc intéressant. La limite de stabilité est

$$-h \leq \frac{L_e + L_f}{2L_a - M_v} = 2,47 \quad (47)$$

Avec un courant plasma dont l'allure prescrite est donnée par l'expression (28) la tension U_v aux bornes de l'enroulement vertical est maximale au début, puis elle décroît quasi-exponentiellement. La valeur initiale s'avère être étale à 520 V pour $h = 0$ et 750 V pour $h = -0,8$. Cette dernière valeur est proche de la valeur limite de notre amplificateur. Il faut donc faire attention de ne pas exagérer le gain du "velocity feedback". Avec $h = 0$ et $-0,8$ le gain critique est $g_c = -130$ et -510 sec^{-1} . Les pôles doubles sont $s_1 = -290$ et -700 sec^{-1} respectivement. Il est intéressant de comparer ces chiffres avec l'inverse de la constante de temps de la coque R_c/L_a qui est de 660 sec^{-1} . Le gain maximum à la limite de stabilité est de -1550 et -2850 sec^{-1} pour $h = 0$ et $-0,8$ respectivement.

Le numérateur de la transformée de Laplace du mouvement est

$$D(x\xi) = s^2(L_e + L_f)L_pL_bJ_1 + sL_p[R_c(L_e + L_f) + g_1L_b(2L_a - M_v)]J_1 - R_cL_pU_1 \quad (56)$$

Or la tension de commande U_1 est proportionnelle à la dérivée du courant plasma, donc $U_1 \sim sJ_1$ (sonde de Rogowski). Le meilleur choix du coefficient de U_1 est défini par une excursion moyenne de ξ aussi petite que possible. Le critère optimum est $\int_0^\infty \xi dt = 0$ ce qui revient à annuler les termes en s dans (56), d'où

$$U_1 = sJ_1 \left[L_e + L_f + \frac{gL_b}{R_c}(2L_a - M_v) \right] \quad (57)$$

La transformée inverse de cette expression devient

$$U_1(t) = 520 e^{-250t} \quad (58)$$

ceci pour $g = -130$. Avec $g = -510$ la valeur change très peu parce que le terme contenant g est petit. Nous remarquons que U_1 dépend de J_1 qui à son tour contient Γ . Le coefficient de U_1 n'est donc par prévisible, mais son erreur d'étalonnage influence seulement l'undershoot de ξ et non pas la valeur stationnaire.

La figure 5 montre le mouvement du plasma avec et sans velocity feedback lors d'un courant plasma qui est supposé varier comme $1 - \exp(-250t)$. Un champ quadrupolaire de $0,02 \text{ Tm}^{-1}$ est introduit. La façon de traiter le champ quadrupolaire est discuté dans l'annexe I.

Il existe en principe la possibilité d'améliorer la réponse du système en ajoutant à la tension de commande un terme dérivé, c'est-à-dire une avance de phase. La transformée de Laplace de U_1 contiendrait alors un terme en s^2 dont l'amplitude pourrait être choisie de telle sorte que l'expression (56) serait identiquement nulle. Ainsi le plasma resterait strictement immobile. Mais un tel procédé n'est que partiellement réalisable en pratique parce que la tension de commande aurait l'allure d'une fonction delta chaque fois que la pente du courant plasma change brusquement. Seule une courbure d^2J_p/dt^2 limitée pourrait être tolérée par l'amplificateur. Avec une tension de sortie de 800 V la courbure du courant plasma serait limitée à $120 \text{ kA(msec)}^{-2}$. Il existe d'autres moyens d'améliorer la réponse du système, par exemple la multiplication de U_1 avec un terme d'avance de phase (lead) du type $(s-s_a)/(s-s_b)$, ou une préprogrammation judicieuse de U_1 . Mais ceci ne fait pas l'objet de notre étude.

Annexe I

Le mouvement du plasma obtenu au moyen des transformations de Laplace est correct lorsque les coefficients des équations différentielles sont constants. Or le coefficient L_p n'est pas constant pendant la phase initiale à cause du champ quadrupolaire additionnel. Une formule approximative peut être trouvée de la façon suivante :

D'après les équations (26) et (27) la solution exacte est

$$\xi = \frac{L_p(L_b J_1 - \phi)}{\chi(L_p + L_b)} \quad (59)$$

Dans la région du plateau L_p est constant, ainsi la valeur de ϕ obtenue par les transformations de Laplace est correct. Déjà à partir de 1 msec L_p varie peu, donc notre approximation est bonne dès ce moment. A l'autre extrême, près de l'origine, on a $\phi \ll L_b J_1$ donc la solution en vigueur est proche de la solution exacte (25). Le raccordement entre les deux domaines s'obtient à l'aide de l'expression (59) en introduisant la valeur de ϕ calculée avec L_p constant, sans quadrupôle. C'est ce qui a été fait pour calculer les courbes de la figure 5.

Notre modèle permet de décrire la plus grande partie de la phase initiale mais il ne reflète pas l'activité du plasma immédiatement après l'amorçage lorsque le rayon et la résistivité du plasma varient rapidement.

Annexe II

Liste des grandeurs numériques du TCA.

La fonction type qui représente l'allure du courant plasma est la suivante :

$J_p = J_{po}y$	avec	$y = 1 - e^{-\nu t}$
$J_{po} = 130 \text{ kA}$		courant plasma pendant le plateau
$\nu = 250 \text{ sec}^{-1}$		taux de croissance initial
$B_\phi = 1,5 \text{ T}$		champ toroidal
$B_v = 0,070 \text{ T}$		champ vertical
$q = 3$		facteur de sécurité
$n = 0,65$		indice du champ vertical dans la combinaison $3/2 - n = 0,85$
$\lambda = \beta_{pol} + \frac{l_i^{-1}}{2} = 1$		
$R = 0,605 \text{ m}$		grand rayon du plasma
$a = 0,18 \text{ m}$		petit rayon du plasma
$b = 0,26 \text{ m}$		rayon moyen de la coque
$c = 0,35 \text{ m}$		rayon moyen de l'enroulement
$J_{10} = 3900 \text{ A}$		courant vertical pendant le plateau
$N = 20$		nombre de spires
$N' = \frac{b}{c}N = 14,9$		nombre de spires effectif au niveau de la coque
$R_c = 0,28 \Omega$		résistance de la coque découpée en N' spires
$L_a = 425 \mu\text{H}$		inductivité de la coque sans plasma
$L_b = 114 \mu\text{H}$		
$L_c = 325 \mu\text{H}$		
$L_e = 345 \mu\text{H}$		

$L_f = 200 \text{ } \mu\text{H}$	inductivité de proximité
$L_{po} = 1700 \text{ } \mu\text{H}$	inductivité dynamique du plasma
$L_{qo} = 8000 \text{ } \mu\text{H}$	inductivité dynamique due au champ quadrupolaire
$B'_q = 0,02 \text{ Tm}^{-1}$	gradient du champ quadrupolaire

6. Conclusions

On a montré que le système de contrôle feedback du mouvement du plasma peut être représenté par un circuit électrique dont les composants sont calculables d'après les données du TCA. L'analyse du modèle prédit le domaine de stabilité de l'amplification et les étalonnages. D'après l'allure prescrite du courant plasma on en déduit facilement le gain du contrôle de position et de vitesse adaptés au mieux à la tension disponible de l'amplificateur. La puissance de notre amplificateur est suffisante pour contrôler le champ vertical dans tout son domaine entre zéro et la valeur maximale. La rapidité de réglage permet de suivre la montée du courant plasma escompté pendant la phase initiale, ainsi que pendant la chute rapide du courant. La détection de la position a lieu avec un seul type de sonde magnétique mesurant le champ extérieur à la coque. Le signal de détection est corrigé de manière à ce qu'une variation de $\beta + \ell_i/2$ ne cause pas de drift.

Références

- {B} J. Hugill, A. Gibson : Servo-control of plasma position in Cleo-Tokamak. Nucl. Fusion 14, 6-1 (1974)
- {C} H. Gerhauser : Textor, SOFT, Padua 1978, paper 13
- {D} F. Schneider, F. Gresser; Investigations on the Feedback System of ASDEX. Proc. 9th Symposium on Fusion Technology, Garmisch-Partenkirchen (FRG), 1976, p. 783
- {E} F. Bombi, D. Ciscato; Plasma Position and Shape Control in JET, ibid. p. 789
- {F} Equipe TFR; Tokamak Plasma Diagnostics
Nucl. Fusion 18, 647 (1978)
- {G} J.L. Anderson, R.S. Booth, R.J. Colchin, R.V. Miskell, J.M. Bailey : Feedback Control for Plasma Equilibrium in ORMAK, Nucl. Fusion 16, (1976)
- {H} R. Aymar, C. Leloup, M. Pariente : Tore II, EUR-CEA-FC-902 (1977)
- {I} V.D. Shafranov, Reviews of Plasma Physics, edited by M.A. Leontovich (Consultants Bureau, New York, 1966)
Vol. 2, p. 103
- {K} J.M. Greene, J.L. Johnson, K.E. Weimer : Tokamak Equilibrium
The Phys. of Fluids, 14, 671 (1971)
- {L} V.S. Mukhovatov, V.D. Shafranov; Plasma Equilibrium in a Tokamak, Nucl. Fusion 11, 605 (1971)
- {M} A. Cheetham, communication privée

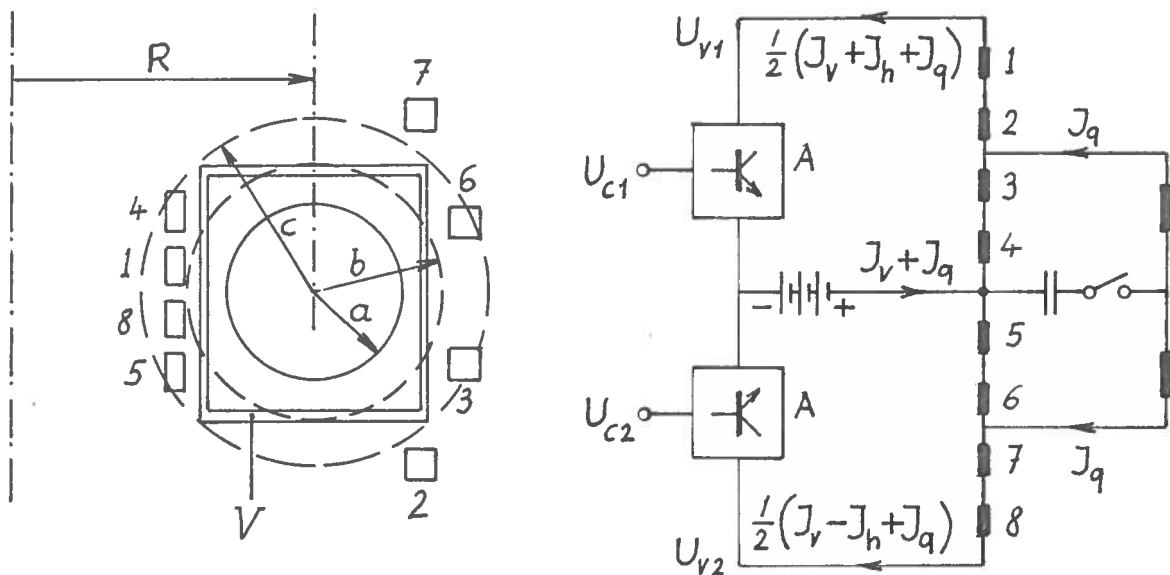


Fig.1. The poloidal coil system

V Vacuum vessel, 1-8 poloidal coils, A amplifier
 J_v J_h J_q vertical, horizontal, quadrupol field current

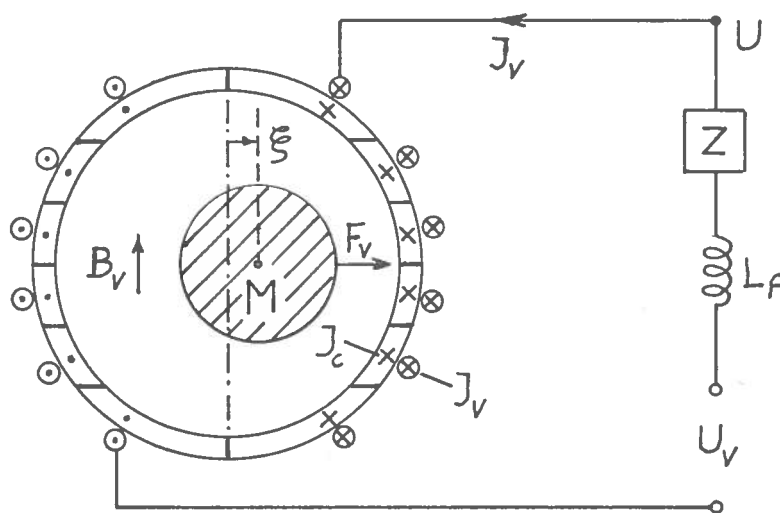


Fig.2. The sliced vacuum vessel and the tight vertical field coil

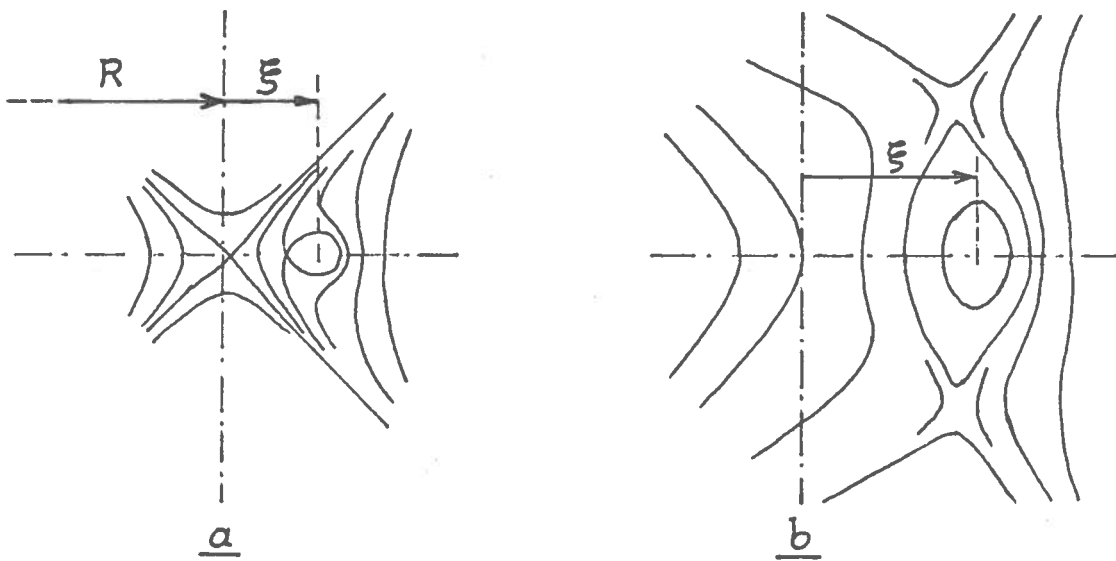


Fig.3. Initial field pattern

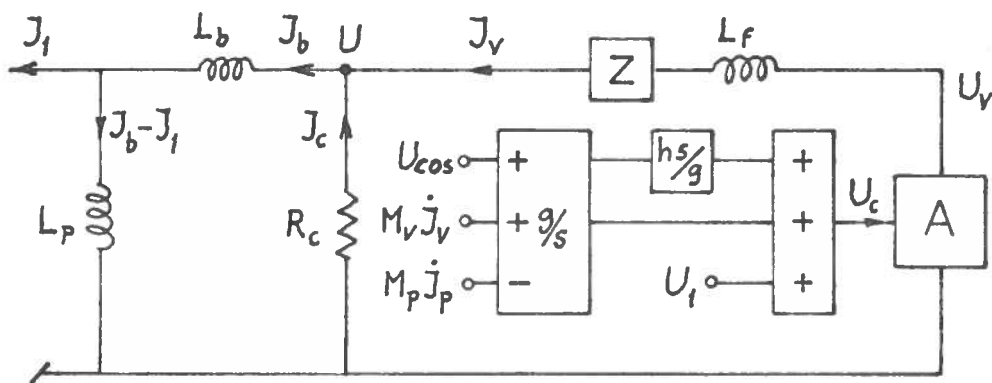


Fig. 3. The equivalent circuit for the feedback loop equations

A amplifier, gain = +1

g, h position and velocity feedback gain

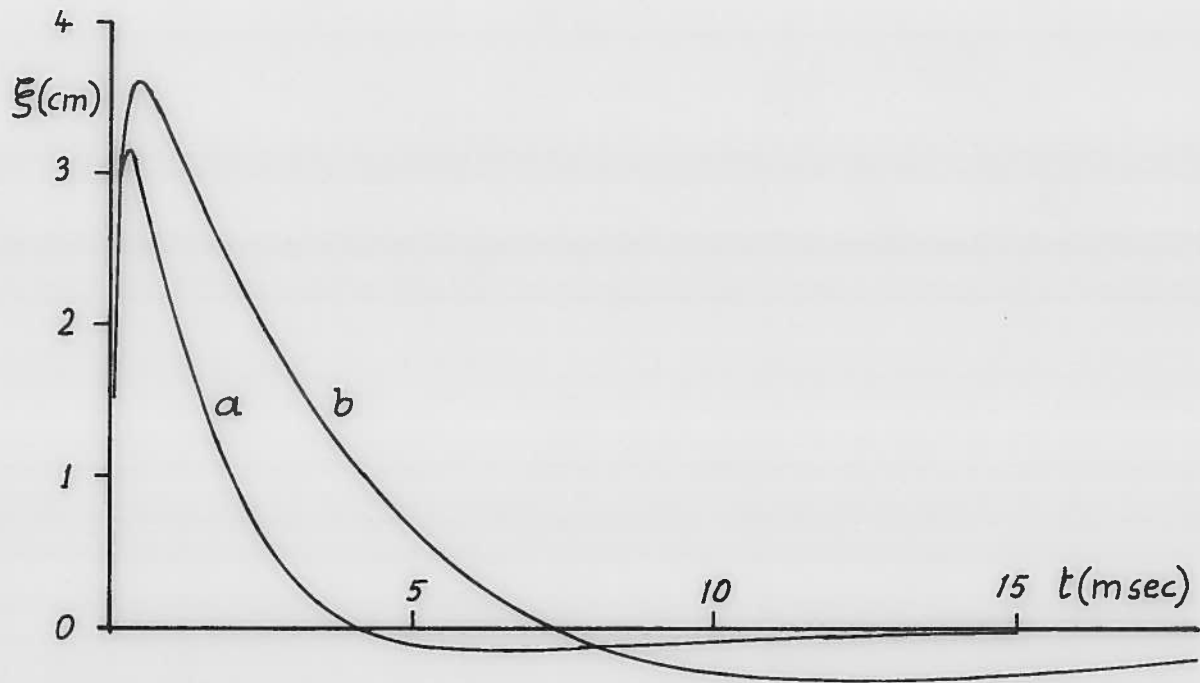


Fig. 5 Plasma motion
a, b: with and without velocity feedback

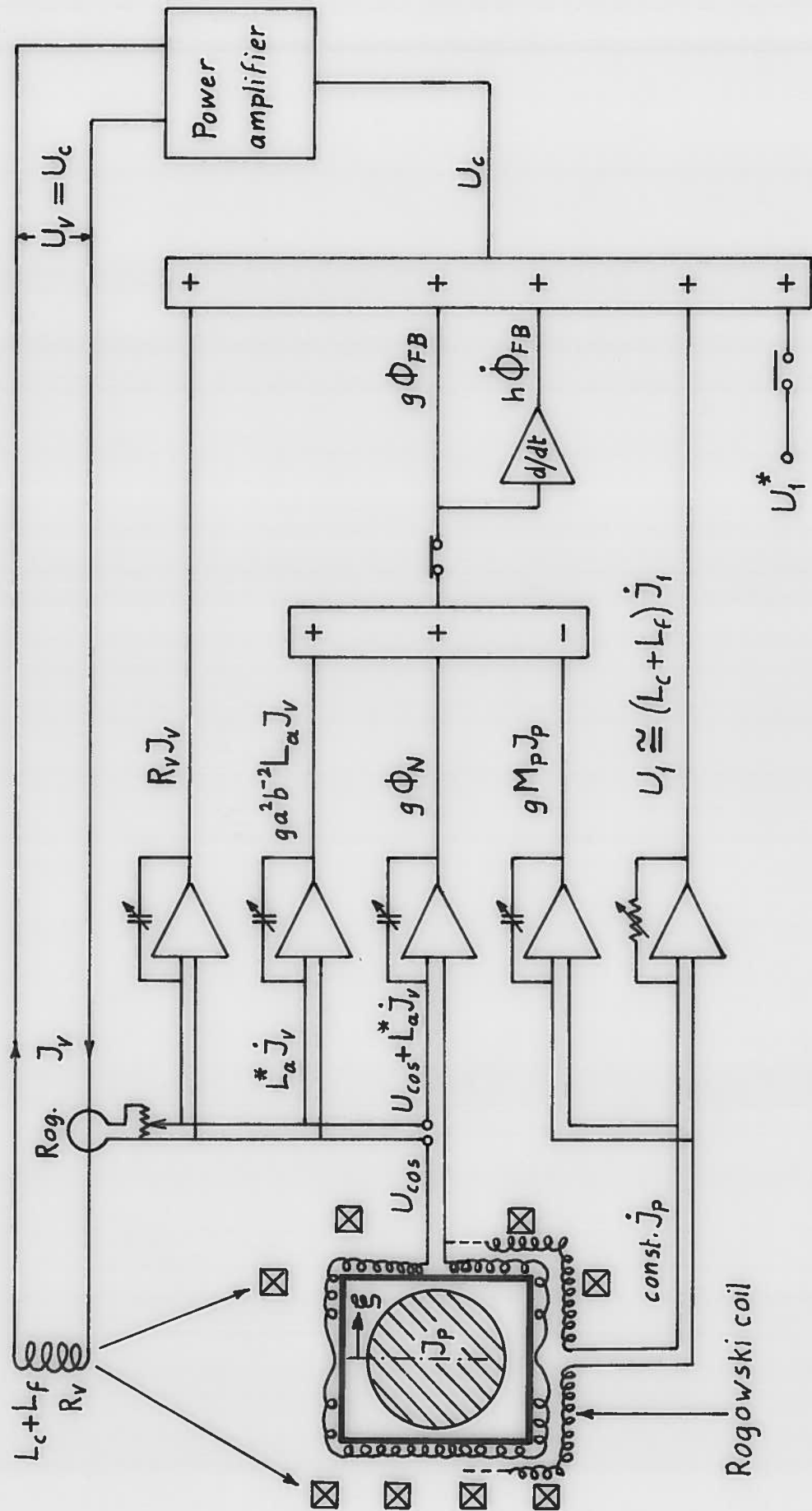


Fig. 6. The servo-loop controlling the horizontal position of the plasma

See text.